

Réseaux à préférences acycliques

Fabien Mathieu ¹

Shaman Kick-off Meeting, 27/01/2009



Plan

Motivation

- Structure

- Limite des structures explicites

- Auto-structure

Réseaux à préférences

- Le modèle

- Grand théorème

- Classification

Convergence

- Préférences globales

- Autres préférences acycliques

La configuration stable

- Stratification

- Petit-mondisation

Conclusion et discussion

Plan

Motivation

Structure

Limite des structures explicites

Auto-structure

Réseaux à préférences

Le modèle

Grand théorème

Classification

Convergence

Préférences globales

Autres préférences acycliques

La configuration stable

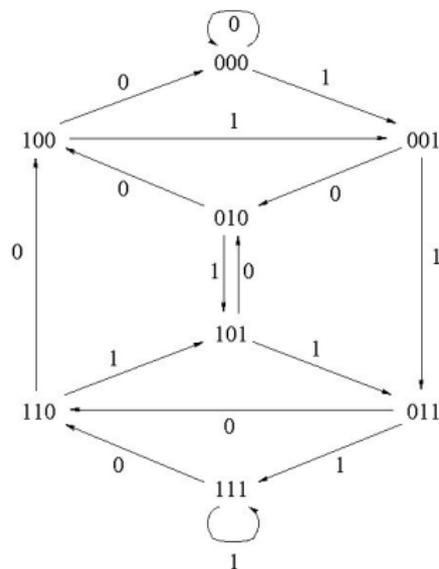
Stratification

Petit-mondisation

Conclusion et discussion

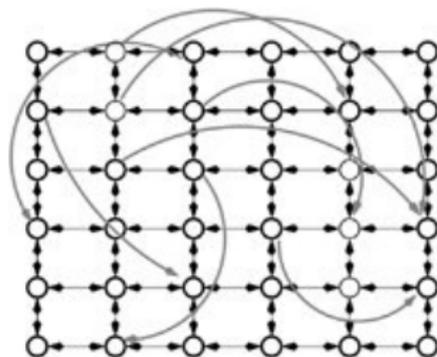
Qu'est-ce qu'une structure ?

- définit comment les constituants d'un système sont reliés les uns aux autres.
- souvent représentée par un graphe.
 - ▶ Erdős-Rényi
 - ▶ **de de Bruijn**



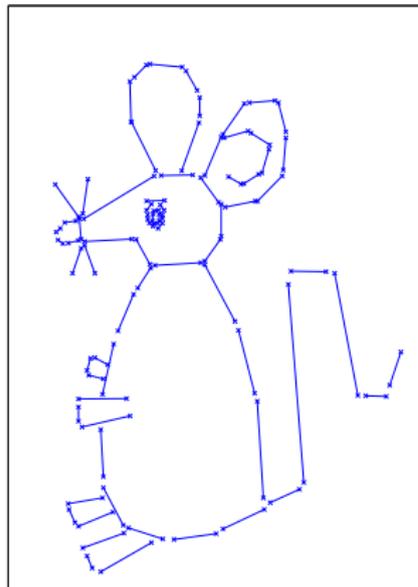
Qu'est-ce qu'une structure ?

- définit comment les constituants d'un système sont reliés les uns aux autres.
- souvent représentée par un graphe.
 - ▶ Erdős-Rényi
 - ▶ de de Bruijn
 - ▶ **Small World**



Qu'est-ce qu'une structure ?

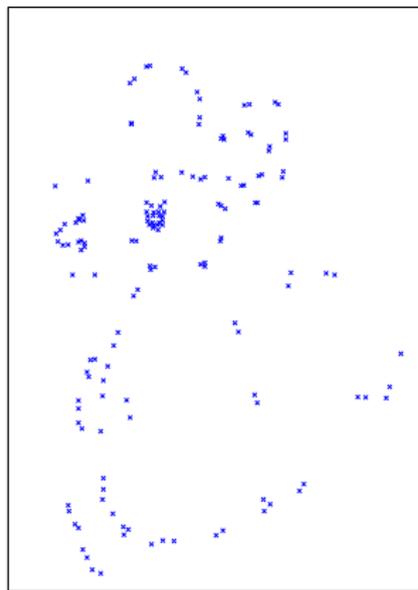
- définit comment les constituants d'un système sont reliés les uns aux autres.
- souvent représentée par un graphe.
- Mais ce n'est pas toujours suffisant.
 - ▶ Erdős-Rényi
 - ▶ de de Bruijn
 - ▶ Small World
 - ▶ **Rat** (couplage parfait plus topologie spécifique).



Structure explicite

La plupart des réseaux dits *structurés* fonctionnent ainsi :

- Les pairs ;



Structure explicite

La plupart des réseaux dits *structurés* fonctionnent ainsi :

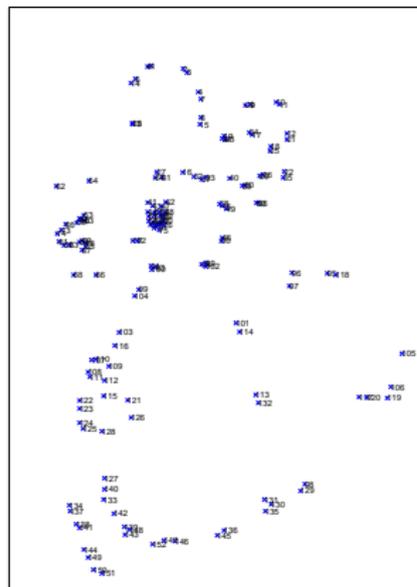
- Les pairs ;
- Le graphe ;

- $1 \leftrightarrow 2$,
- $3 \leftrightarrow 4$,
- ...
- $151 \leftrightarrow 152$,

Structure explicite

La plupart des réseaux dits *structurés* fonctionnent ainsi :

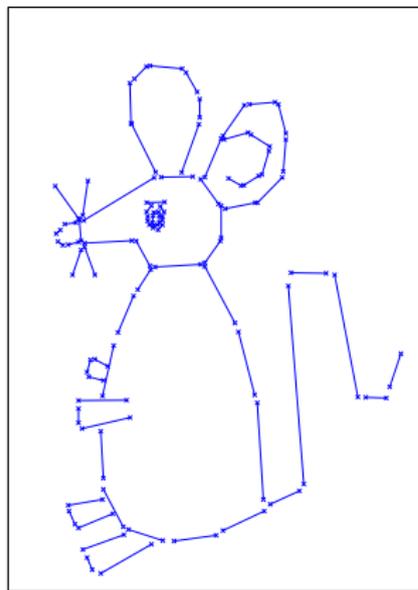
- Les pairs ;
- Le graphe ;
- Les pairs numérotés ;



Structure explicite

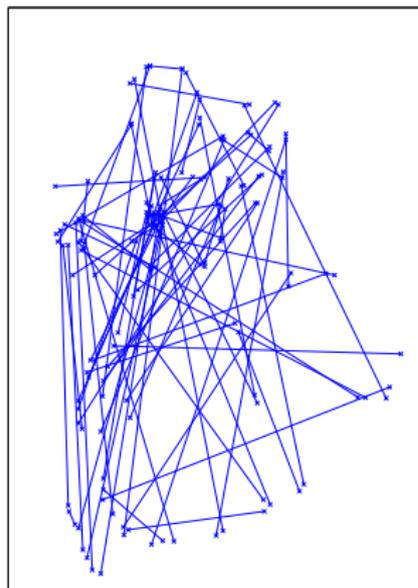
La plupart des réseaux dits *structurés* fonctionnent ainsi :

- Les pairs ;
- Le graphe ;
- Les pairs numérotés ;
- La structure.



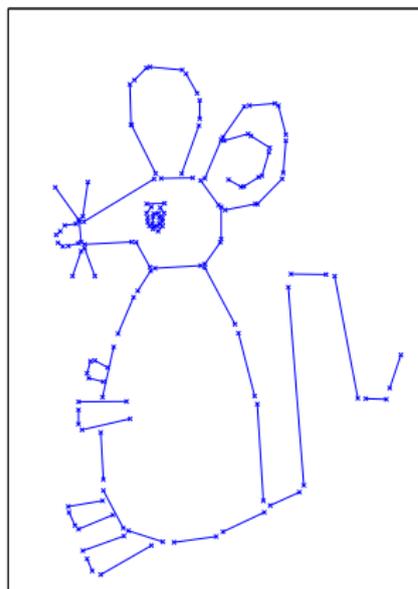
Limite des structures explicites

- Difficile de garantir que la structure obtenue respectera la topologie sous-jacente



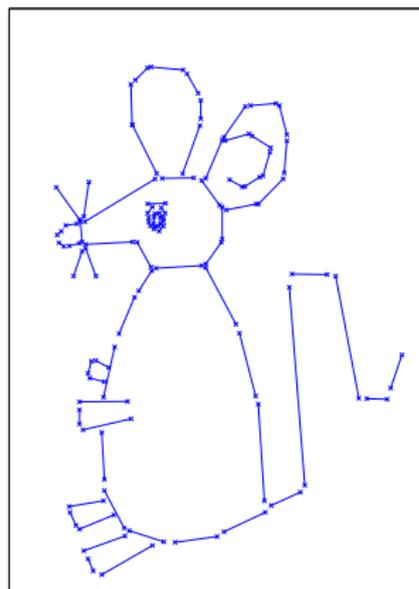
Limite des structures explicites

- Difficile de garantir que la structure obtenue respectera la topologie sous-jacente
- Solution 1 : imposer des contraintes supplémentaires (ré-étiqueter) ;



Limite des structures explicites

- Difficile de garantir que la structure obtenue respectera la topologie sous-jacente
- Solution 1 : imposer des contraintes supplémentaires (ré-étiqueter) ;
- Solution 2 : auto-structure

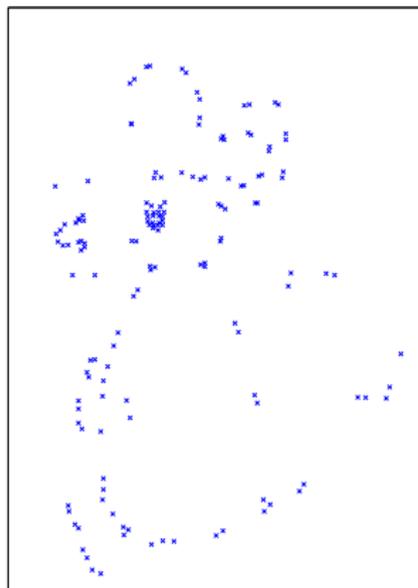


Auto-structure : principe

- Laisser les pairs faire des choix locaux

Auto-structure : principe

- Laisser les pairs faire des choix locaux
- Prendre la structure qui résulte de ces choix



Auto-structure : principe

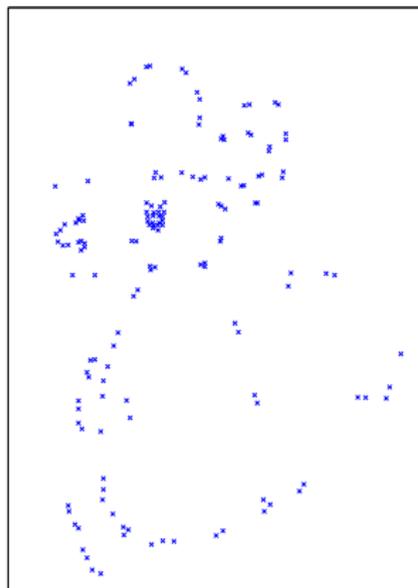
- Laisser les pairs faire des choix locaux
- Prendre la structure qui résulte de ces choix
- Avantage : robustesse intrinsèque

Auto-structure : principe

- Laisser les pairs faire des choix locaux
- Prendre la structure qui résulte de ces choix
- Avantage : robustesse intrinsèque
- Inconvénient : aucun contrôle direct

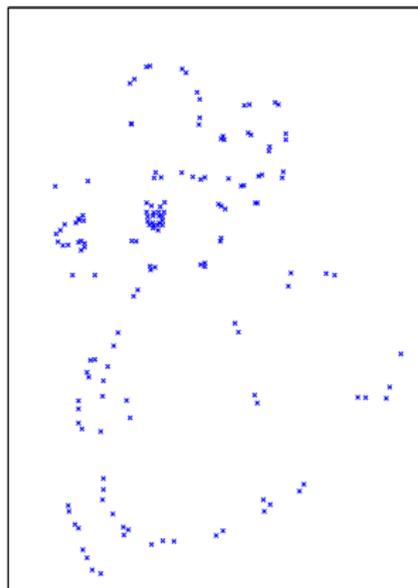
Auto-structure : principe

- Laisser les pairs faire des choix locaux
- Prendre la structure qui résulte de ces choix
- Avantage : robustesse intrinsèque
- Inconvénient : aucun contrôle direct
 - ▶ Convergence



Auto-structure : principe

- Laisser les pairs faire des choix locaux
- Prendre la structure qui résulte de ces choix
- Avantage : robustesse intrinsèque
- Inconvénient : aucun contrôle direct
 - ▶ Convergence
 - ▶ Résultat



Plan

Motivation

Structure

Limite des structures explicites

Auto-structure

Réseaux à préférences

Le modèle

Grand théorème

Classification

Convergence

Préférences globales

Autres préférences acycliques

La configuration stable

Stratification

Petit-mondisation

Conclusion et discussion

Formalisme

Un réseau à préférences, c'est :

- Un ensemble de n pairs,
- Un *graphe d'acceptabilité* G qui indique les interactions possibles,
- Un vecteur b de quotas sur les interactions simultanées,
- Des préférences : chaque pair classe ses voisins.

Dynamique

- L'ensemble des interactions effectives est appelé *configuration*,
- c'est un sous-graphe acceptable qui respecte les quotas.
- Les pairs essaient de trouver de meilleurs voisins, modifiant la configuration :
 - ▶ L'action élémentaire individuelle est l'initiative,
 - ▶ elle consiste à *tester* un voisin.
 - ▶ Si les deux sont intéressés, une interaction est créée,
 - ▶ des interactions peuvent être rompues à cause des quotas.

Type d'initiatives

Les initiatives sont définies par leur nature et leur « rythme » :

- Nature
 - ▶ Test aléatoire,
 - ▶ Recherche le meilleur voisin possible,
 - ▶ Recherche cyclique dans le voisinage,
 - ▶ ...
- Rythme
 - ▶ Round-Robin,
 - ▶ Poissonnien,
 - ▶ Adversarial,
 - ▶ ...

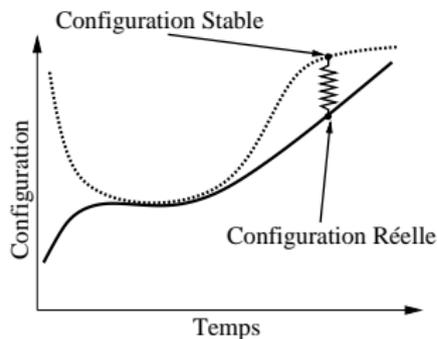
Grand théorème des préférences acycliques

- Un *cycle de préférences* est un cycle de $k \geq 3$ pairs tel que chaque pair préfère son successeur à son prédécesseur :
 - ▶ i_1 préfère i_2 à i_k ,
 - ▶ i_2 préfère i_3 à i_1 ,
 - ▶ \dots ,
 - ▶ i_k préfère i_1 à i_{k-1} .
- *Théorème* : un réseau à préférences acycliques admet une, et une seule, configuration stable. De plus, il est auto-stabilisant par initiatives.

Interprétation

La configuration réelle va toujours chercher à s'approcher de la configuration stable.

- À quelle vitesse ?
- Quelles propriétés ?



Préférences usuelles en P2P

Beaucoup de *mesures* conduisent à des préférences acycliques

Qualités intrinsèques bande passante, stockage, CPU, uptime. . .

Qualités réciproques (symétriques) RTT, distances, co-uptime. . .

Qualités complémentaires complémentarité de contenu, d'uptime, . . .

Combinaisons de qualités précédentes

Exemple 1 : Tit-for-Tat dans BitTorrent

BitTorrent est un protocole de partage de fichier basé sur une stratégie de type *donnant-donnant* :

Graphe d'acceptabilité défini par la connaissance des IPs.

Interaction échanges réciproques de données.

Quotas paramètres clients (historiquement 4, aujourd'hui $\sqrt{0.6 \times Bdw}$).

Préférences La bande passante fournie.

Initiative tests effectués via une connection *généreuse*.

Exemple 2 : construction de la structure Pastry

Pastry est une table de hachage distribuée

→ structure explicite ?

Acceptabilité Voisins potentiels dans l'*overlay* final (pairs satisfaisant les besoins structurels – i.e. routage).

Quotas Dépend du protocole.

Préférences Petites latences.

Plan

Motivation

Structure

Limite des structures explicites

Auto-structure

Réseaux à préférences

Le modèle

Grand théorème

Classification

Convergence

Préférences globales

Autres préférences acycliques

La configuration stable

Stratification

Petit-mondisation

Conclusion et discussion

Généralités

Les propriétés de convergence sont très dépendantes des paramètres :

- Types de préférences
- n , degré d'acceptabilité, b . . .
- Nature et rythme des initiatives

Énormément de variables à explorer

- Simus pour donner la couleur générale
- Preuves pour valider des cas particuliers

Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone

Préférences globales

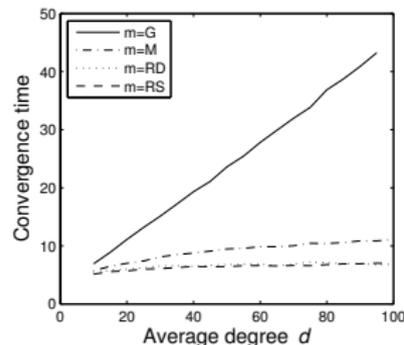
Intuition : ce sont des préférences lentes

- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*

Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

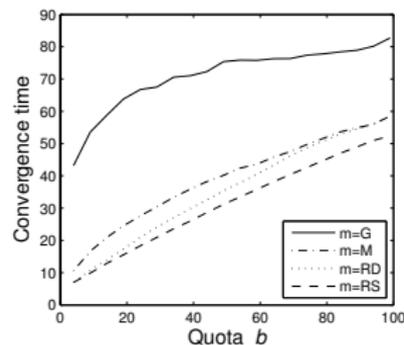
- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(d)$



Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

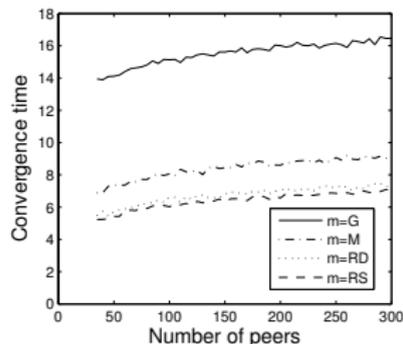
- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(d)$, $O(1)$ pour b



Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

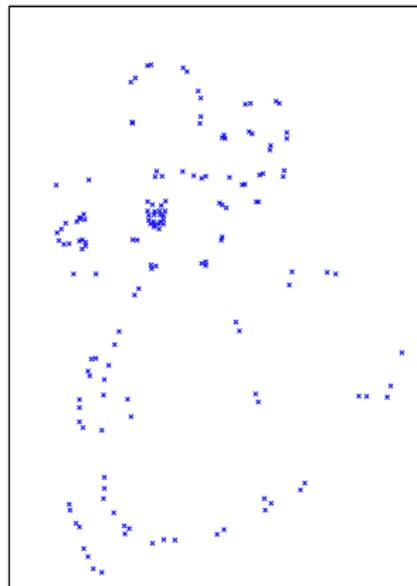
- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(d)$, $O(1)$ pour b , plus $O(\log(n))$ en Poissonnien



Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

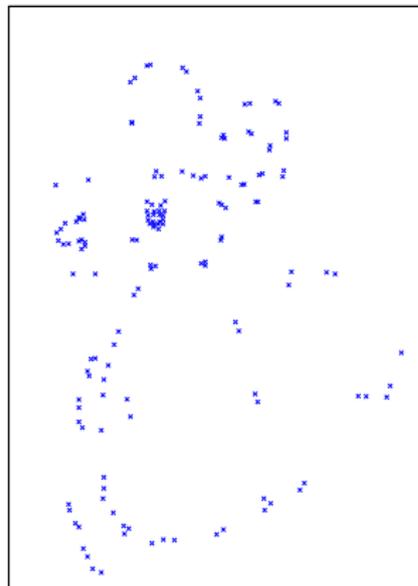
- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(d)$, $O(1)$ pour b , plus $O(\log(n))$ en Poissonnien
 - ▶ Qualitativement, du meilleur au pire



Préférences globales

Intuition : ce sont des préférences lentes

- atteignent les bornes adversariales
 - ▶ Linéaire/quadratique en synchrone
 - ▶ Exponentiel en asynchrone
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(d)$, $O(1)$ pour b , plus $O(\log(n))$ en Poissonnien
 - ▶ Qualitativement, du meilleur au pire
- Initiative aléatoire
 - ▶ **Beaucoup** plus lent ($\approx \times n$)
 - ▶ Plus *uniforme*



Autres préférences

Intuition : les préférences
typiques sont rapides

Autres préférences

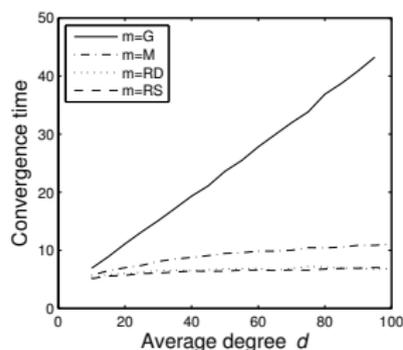
Intuition : les préférences
typiques sont rapides

- Initiative *best mate*

Autres préférences

Intuition : les préférences *typiques* sont rapides

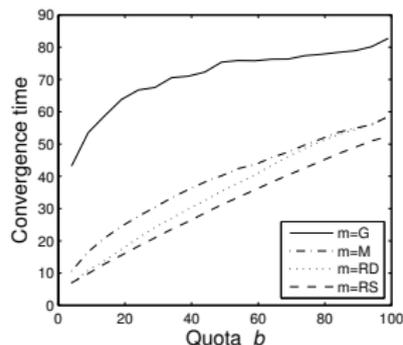
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(\log(d))$



Autres préférences

Intuition : les préférences
typiques sont rapides

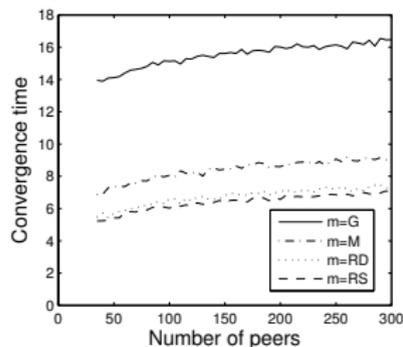
- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(\log(d))$, $O(b)$



Autres préférences

Intuition : les préférences
typiques sont rapides

- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(\log(d))$, $O(b)$, plus $O(\log(n))$ en Poissonnien



Autres préférences

Intuition : les préférences
typiques sont rapides

- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(\log(d))$, $O(b)$, plus $O(\log(n))$ en Poissonnien
 - ▶ Qualitativement, le meilleur choix est souvent stable, d'où la vitesse.

Autres préférences

Intuition : les préférences
typiques sont rapides

- Initiative *best mate*
 - ▶ $O(\log(d))$, $O(b)$, plus $O(\log(n))$ en Poissonnien
 - ▶ Qualitativement, le meilleur choix est souvent stable, d'où la vitesse.
- Initiative aléatoire
 - ▶ **Beaucoup** plus lent
 - ▶ Rate les interactions stables

Plan

Motivation

Structure

Limite des structures explicites

Auto-structure

Réseaux à préférences

Le modèle

Grand théorème

Classification

Convergence

Préférences globales

Autres préférences acycliques

La configuration stable

Stratification

Petit-mondisation

Conclusion et discussion

Principe

- La configuration stable porte l’empreinte des préférences.
- Des propriétés liées aux préférences peuvent apparaître.
- Rappel : pas de contrôle
 - ▶ Si la propriété est intéressante, tant mieux,
 - ▶ sinon mise en évidence de risques potentiels.

Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »

$$D(i, j) \approx \frac{pe^{\rho(|j-i|)}}{(1 - e^{-\rho \min(i,j)} + e^{\rho|j-i|})^2}$$

Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

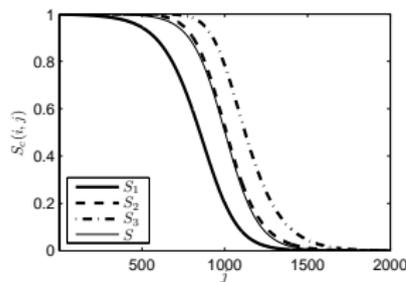
- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système

$$\partial_y \mathcal{S}_c(\alpha, \beta) = \begin{cases} -d\mathcal{S}_1(\alpha, \beta)\mathcal{S}_b(\beta, \alpha) & \text{si } c = 1, \\ -d[\mathcal{S}_x(\alpha, \beta)]_{c-1}^c \mathcal{S}_b(\beta, \alpha) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

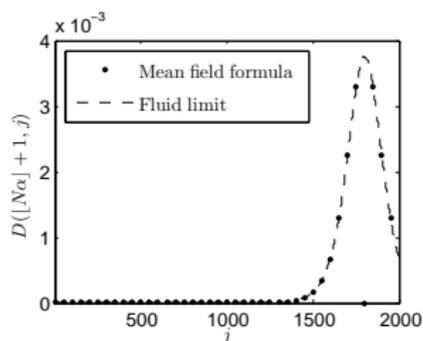
- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système que l'on peut résoudre numériquement



Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système que l'on peut résoudre numériquement
- À retenir : à une déviation exponentielle près, les pairs se connectent avec des pairs de même niveau (stratification).



Stratification en préférences globales

On sait décrire la configuration stable quand G est Erdős-Rényi.

- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système que l'on peut résoudre numériquement
- À retenir : à une déviation exponentielle près, les pairs se connectent avec des pairs de même niveau (stratification).
- Propriété : équité

Autres préférences

On sait là aussi décrire la
stable quand G est
Erdős-Rényi.

Autres préférences

On sait là aussi décrire la
stable quand G est
Erdős-Rényi.

- Pour le couplage simple
($b = 1$), on a une
« approximation exacte »

$$S_R(K) \approx \frac{1}{p(K-1) + 1}$$

Autres préférences

On sait là aussi décrire la stable quand G est Erdős-Rényi.

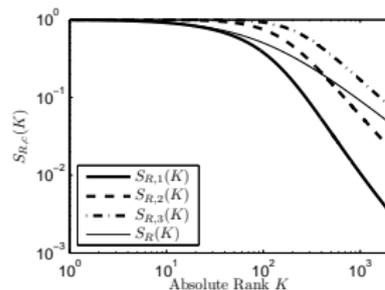
- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système

$$\dot{S}_{R,c} = \begin{cases} -dS_{R,1}S_{R,b} & \text{si } c = 1, \\ -d(S_{R,c} - S_{R,c-1})S_{R,b} & \text{si } c > 1, \end{cases}$$

Autres préférences

On sait là aussi décrire la stable quand G est Erdős-Rényi.

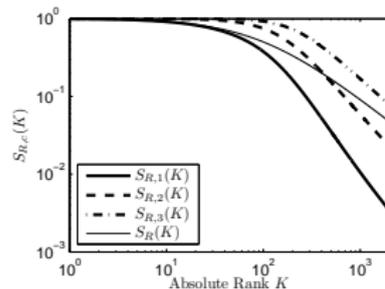
- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système que l'on peut résoudre numériquement



Autres préférences

On sait là aussi décrire la stable quand G est Erdős-Rényi.

- Pour le couplage simple ($b = 1$), on a une « approximation exacte »
- Pour $b > 1$, on a un système que l'on peut résoudre numériquement
- À retenir : distribution à aile lourde
 - ▶ La plupart des voisins stables sont haut dans mes préférences,
 - ▶ Mais il y a des voisins stables très éloignés



Petit-mondisation ?

- Rappel : petit monde = clustering + diamètre
- Préférences globales → clustering
- Préférences aléatoires (acycliques) → diamètre
- Préférences issues de distances → les deux !
- Interprétation : les réseaux à préférences transforment des distances en petit-monde.

Dimension au sens des préférences

- Clustering et diamètre dépendent de la dimension
- On peut extraire des valeurs de référence de structures simples (tores)
- On peut ainsi estimer la dimension d'un système par ses préférences
- Exemple : la dimension d'Internet est 3 (au sens des préférences)

Préf.	PCCM	Clust.
1-tore	7.4	0.055
2-tore	6.7	0.043
Meridian	6.1	0.031
3-tore	5.9	0.033
4-tore	5.1	0.027
Random	5	0.0043

Plan

Motivation

Structure

Limite des structures explicites

Auto-structure

Réseaux à préférences

Le modèle

Grand théorème

Classification

Convergence

Préférences globales

Autres préférences acycliques

La configuration stable

Stratification

Petit-mondisation

Conclusion et discussion

Conclusion

- Réseau à préférences

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure
 - ▶ Simple à modéliser (parfois)

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure
 - ▶ Simple à modéliser (parfois)
 - ▶ Propriétés intéressantes

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure
 - ▶ Simple à modéliser (parfois)
 - ▶ Propriétés intéressantes
- Pour aller plus loin, <http://gang.inria.fr/~fmathieu/publications/topic.html>

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure
 - ▶ Simple à modéliser (parfois)
 - ▶ Propriétés intéressantes
- Pour aller plus loin, <http://gang.inria.fr/~fmathieu/publications/topic.html>
- Merci beaucoup !

Conclusion

- Réseau à préférences
 - ▶ Auto-structure
 - ▶ Simple à modéliser (parfois)
 - ▶ Propriétés intéressantes
- Pour aller plus loin, <http://gang.inria.fr/~fmathieu/publications/topic.html>
- Merci beaucoup !
- Des questions ?